

# ***COMMISSION N° 2***

- ***Mathématiques***



**ESSEC**  
BUSINESS SCHOOL



**MATHEMATIQUES I**  
**Option Scientifique**

**Rémi CHMURA**  
**Hervé GUILLAUMIE**

|                          | <b>NBRE CANDIDATS</b> | <b>MOYENNES</b> | <b>ECART-TYPE</b> |
|--------------------------|-----------------------|-----------------|-------------------|
| <b>RESULTATS GLOBAUX</b> | 2271                  | 9,50            | 4,70              |

# MATHEMATIQUES I

Option scientifique

Rémi Chmura – Hervé Guillaumie

## Description du problème

L'épreuve portait sur les séries génératrices. La première partie proposait aux étudiants de comparer les ensembles  $A(r) = \left\{ (a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \text{ telle que } : \forall k \in \mathbb{N}, \text{ la série } \sum n^k |a_n| r^n \text{ converge} \right\}$  et les ensembles  $B(r) = \left\{ (a_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \text{ telle que la suite } (a_n r^n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ converge vers } 0 \right\}$ . La deuxième partie traitait de la régularité des fonctions  $f_a : x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ . La troisième partie permettait alors d'obtenir une formule de réciprocity donnant la suite  $a$  en fonction de la suite  $(f_a^{(n)}(1))_{n \in \mathbb{N}}$ . La quatrième partie proposait enfin d'utiliser les résultats obtenus pour l'étude de variables aléatoires discrètes. En particulier, l'exemple d'une variable aléatoire finie permettait d'aborder un peu d'algèbre linéaire.

## Barème, attentes du jury

Les questions étaient de difficultés variées, certaines proches du cours et d'autres demandant de l'initiative et de la réflexion. L'ensemble a permis aux étudiants, maîtrisant les connaissances exigibles et capables d'attention et de rigueur, de progresser suffisamment dans le problème pour y faire montre de leurs qualités.

Les correcteurs ont trouvé le sujet intéressant, présentant un nombre significatif de questions de difficultés raisonnables. Ainsi, il était conforme au programme et à son esprit.

18 %, 29 %, 18 % et 35 %, des points du barème ont été affectés aux quatre parties décrites ci-dessus.

## Commentaires sur la correction

Les trois premières questions de la partie I sont relativement bien traitées. Les deux suivantes beaucoup moins.

Dans la partie II, trop peu de copies ont reconnu l'inégalité des accroissements finis à la question 7a. La manipulation de sommes et d'inégalités de 7b se devait d'être rigoureuse. Quelques rares copies seulement ont su justifier la continuité sur l'ouvert  $] -R, R[$  (question 7c).

8a demandait une justification claire et 8b a été bien réussie certes, mais n'a pas alerté les candidats sur les attentes de 8c où ils intervertissent sans égards la série et l'intégrale.

De la même façon, trop peu de candidats ont compris que la régularité de  $f_a$  était le point déterminant de la question 9. Les autres tiennent le caractère  $C^\infty$  pour acquis et ne s'attachent qu'à démontrer la formule donnant  $f_a^{(k)}(x)$ .

Dans la partie III, les candidats sérieux ont reconnu la formule de Taylor avec reste intégral. Mais il fallait observer, par exemple, la positivité et la croissance des dérivées de  $f_a$  pour obtenir les majorations demandées.

La question 13, quand elle est abordée, est plutôt bien traitée.

La partie IV a permis aux candidats observateurs qui se sont donné la peine de parcourir l'ensemble du sujet de reprendre pied dans des domaines familiers : les variables aléatoires et l'algèbre linéaire. Enfin, les calculs de 17g n'ont été abordés que de façon anecdotique.

## **Conclusion et conseil aux futurs candidats**

Le sujet présentait des difficultés techniques mais pas conceptuelles. Certaines copies font montre d'une belle maîtrise quand d'autres ont du mal à initier le moindre développement.

Les correcteurs renouvellent avec force leur demande exprimée dans les rapports des années précédentes : les copies doivent être propres, bien présentées. C'est majoritairement le cas, mais il persiste des copies peu soignées ou bien désagréables à lire. Attention, l'effort de rédaction, la mise en évidence des conclusions sont, avec la rigueur et l'honnêteté des raisonnements, des éléments majeurs dans l'appréciation des copies.

Le barème adopté a engendré un bon étalement des notes et le sujet a permis de bien distinguer les meilleurs étudiants. Plusieurs très bonnes copies ont obtenu la note maximale.

Pour 2271 copies corrigées, l'écart-type de l'épreuve s'établit à 4,70 pour une moyenne générale de 9,50.

**MATHEMATIQUES**  
**Option Economique**

**Francis RACCAGLIA**  
**Alexandre REISSMAN**

|                          | <b>NBRE CANDIDATS</b> | <b>MOYENNES</b> | <b>ECART-TYPE</b> |
|--------------------------|-----------------------|-----------------|-------------------|
| <b>RESULTATS GLOBAUX</b> | 1847                  | 9,02            | 4,74              |

# MATHEMATIQUES

## Option économique

### 1 – Rappel du sujet année N (et année N-1)

2018 : Stratégie optimale pour deux types de ventes aux enchères.

2107 : La confidentialité différentielle.

### 2 – Barème, attentes du jury

Partie I : 46%

Partie II : 32%

Partie III : 22%

Nous rappelons que les correcteurs attendent des solutions précises mais concises.

Nous demandons aussi aux futurs candidats d'être un peu critiques et honnêtes vis à vis des résultats qu'ils proposent.

Conserver une solution à l'évidence fautive, e.g. une densité négative ou une probabilité plus grande que un, en se disant que « ça peut passer » n'est pas une bonne stratégie et rend le correcteur méfiant pour la suite de la correction.

### 3 – Remarques de correction, commentaires synthétiques (ce qui a été bien traité/compris, ce qui a été mal traité/mal compris, exemples de plans)

Le sujet nécessitait une bonne connaissance et maîtrise des notions d'analyse et de probabilité du programme.

Les correcteurs ont constaté que les candidats « sérieux » connaissent précisément ces parties du cours et ils s'en félicitent.

Cependant, ils regrettent que, trop souvent, les candidats omettent des difficultés dans la rédaction d'une solution correcte. Ils se contentent de calculs sans savoir si ceux-ci sont autorisés sous les hypothèses proposées par l'énoncé.

L'informatique n'a pas eu le succès des années précédentes. Un très petit nombre de candidats a obtenu des points de barème sur le programme à rédiger intégralement. C'est aussi le cas pour la question utilisant un graphique.

Les meilleurs candidats ont réussi à traiter correctement 90% du sujet.

#### **4 – Conseils aux futurs candidats**

Nous conseillons aux futurs candidats de prendre un peu de recul avant de rédiger leurs solutions et de bien prendre en compte le contexte du sujet.

Nous invitons les futurs candidats à s'exercer à interpréter un graphique pour en tirer des conséquences.

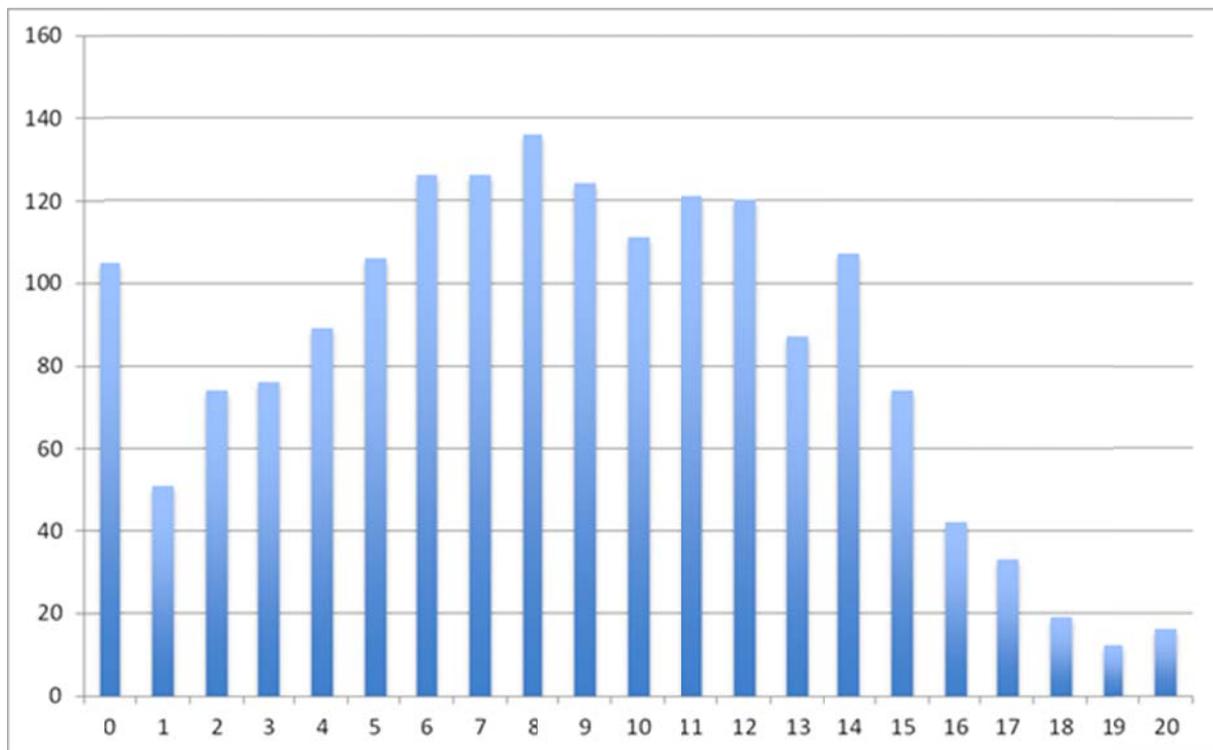
#### **5 – Nombre de candidats ayant concouru année N avec comparatif N-1, échelonnement des notes, moyenne avec comparatif N-1 (non publié)**

La moyenne sur les 1847 copies corrigées est de 9,02 et l'écart-type de 4,74.

L'an dernier la moyenne était de 9,3 et un l'écart-type de 4,7

### **DOCUMENTS ANNEXES**

#### **1 – Statistiques**



**MATHÉMATIQUES 2S****(épreuve n° 283)****ANNEE 2018****Épreuve conçue par HEC Paris et ESCP Europe****Voie économique et commerciale**

|                          | <b>NB CANDIDATS</b> | <b>MOYENNES</b> | <b>ÉCARTS-TYPES</b> |
|--------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| <b>RÉSULTATS GLOBAUX</b> | 3238                | 10,28           | 5,75                |

| <b>OPTION</b> |      |       |      |
|---------------|------|-------|------|
| Scientifique  | 3238 | 10,28 | 5,75 |

| <b>ÉCOLES UTILISATRICES</b> |      |       |      |
|-----------------------------|------|-------|------|
| EDHEC Business School       | 3044 | 10,58 | 5,66 |
| emlyon business school      | 2970 | 10,74 | 5,59 |
| ESCP Europe                 | 2465 | 11,80 | 5,20 |
| ESSEC Business School       | 2351 | 11,93 | 5,22 |
| HEC Paris                   | 2241 | 12,14 | 5,11 |

**Epreuve écrite de maths 2  
option économique**

**Epreuve ESSEC**

**Moyenne par école**

| <b>Ecole</b>           | <b>Moyenne</b> | <b>Ecart-type</b> | <b>Candidats</b> |
|------------------------|----------------|-------------------|------------------|
| EDHEC Grande École     | 9,42           | 5,09              | 2554             |
| EMLYON Business School | 9,32           | 5,11              | 2589             |
| ESCP Europe            | 10,30          | 4,99              | 2082             |
| <b>ESSEC</b>           | <b>10,50</b>   | <b>5,08</b>       | <b>1931</b>      |
| HEC Paris              | 10,90          | 5,08              | 1676             |

Moyenne générale : 9,02

Ecart type de l'épreuve : 5,13

Nombre de candidats présents : 2841

## MATHEMATIQUES 2

### Option Economique

**Quentin Berger**  
**Laurent Mazliak**

Le problème proposé cette année aux candidats de la section E concernait un problème d'optimisation stochastique pour un modèle d'évolution d'une population ovipare pendant une saison de durée aléatoire. La possibilité d'entrée en diapause de ces œufs transformait la question en un problème de contrôle stochastique dont le sujet proposait la résolution en trois parties.

Le choix du sujet avait été clairement dicté cette année par une volonté d'éviter tout concept mathématique trop sophistiqué mais de privilégier le savoir-faire élémentaire des candidats quant à une épreuve de mathématique (manipulation des inégalités, détermination du signe d'une dérivée etc...).

Si la troisième partie demandait une réelle lucidité (ne serait-ce que pour affronter des notations inévitablement lourdes pour toute question de contrôle stochastique) que, sans surprise, très peu de candidats ont été capables de montrer, il faut dire ici que ni la deuxième partie, ni surtout la première ne nécessitait autre chose qu'une pratique absolument basique des opérations mathématiques élémentaires. Comme d'habitude, un candidat faisant avec sérieux uniquement la première partie du problème recevait au final une bonne note de l'ordre de 15/20.

Force est de constater que ce fut loin d'être le cas général et que nous avons été proprement effarés de l'absence totale de rigueur dont de nombreux candidats ont fait preuve pour aborder les premières questions, et notamment les démonstrations d'inégalités les plus triviales. Pour donner un exemple, il semble en effet ennuyeux qu'un candidat qui vient de montrer que la suite  $D(t)$  est croissante, ne soit pas gêné dans la question suivante, de "prouver" qu'on a  $D(t) \geq D(t+1)$  afin de démontrer que  $D(t)+N(t) \geq D(t+1)+N(t+1)$ .

Les résultats ont été à la fois conformes à d'habitude et, de l'avis général des correcteurs, ont bien permis de distinguer les copies entre les six catégories suivantes :

- Les très faibles
- Les faibles où un minimum de travail élémentaire était néanmoins fait
- Les copies moyennes où le candidat abordait avec sérieux une grande partie des questions les plus simples
- Celles où quelques initiatives supplémentaires de bon aloi permettaient de répondre à des questions un peu plus élaborées
- Les bonnes copies où le candidat répondait à une bonne proportion des questions
- Et enfin les excellentes qui, si elles sont restées assez rares, n'en ont pas moins existé.

Il faut bien que les futurs candidats comprennent que le but de l'épreuve proposée ne peut être seulement d'étaler des « connaissances » plus ou moins solidement acquises mais aussi montrer un peu de savoir-faire élémentaire. Trois aspects se sont montrés particulièrement déficients dans de trop nombreuses copies : la manipulation des inégalités même les plus anodines ; les calculs de dérivée de fractions rationnelles; la réflexion sur la modélisation d'une situation « concrète » élémentaire qui semble pourtant assez essentielle pour de futurs spécialistes d'économie et de commerce. C'est sans doute en priorité sur ce type de questions, plus que sur les parties les plus sophistiquées du programme, que l'effort de beaucoup de candidats plus fragiles doit porter.

## Rapport de l'épreuve de mai 2018

L'épreuve de cette année comportait deux problèmes indépendants.

Le premier problème étudiait un espace vectoriel d'endomorphismes vérifiant une équation fonctionnelle.

Ce problème permettait de couvrir une bonne partie du programme d'algèbre (espaces vectoriels, endomorphismes, matrices et éléments propres).

Le deuxième problème comparait la convergence presque sûre et la convergence complète pour des variables aléatoires réelles.

Ce deuxième problème était axé essentiellement sur une grosse partie du programme de probabilités de la filière concernée, mais aussi du programme d'analyse (suites et séries).

La moyenne de l'épreuve avoisine la note de 10,9, pour un écart-type de 5,7; l'écart-type assez important s'explique par l'hétérogénéité constatée du niveau en mathématiques des candidats.

Après examen des copies, l'épreuve a été considérée de bonne longueur et bien construite.

L'exercice traite de l'étude d'endomorphismes liés par une équation fonctionnelle. La difficulté du sujet est croissante afin de donner confiance aux candidats. Malheureusement, dès la première question, certains candidats ont confondu l'espace vectoriel  $E$  et l'ensemble des endomorphismes sur  $E$ !

Peu de candidats ont réussi à expliciter la matrice de la question 6 et seuls les meilleurs ont dépassé la question 8.

Le problème est composé en partie d'aspects probabilistes. Les questions, comme d'habitude pour le problème, sont liées et seuls les candidats disposant d'un certain recul ont pu tirer leur épingle du jeu.

Là encore, la progressivité de la difficulté du sujet permet de distinguer les meilleurs tout en laissant les candidats plus faibles traiter les premières questions.

Les questions 10 à 14 ont été bien traitées dans l'ensemble. Certaines questions (comme la 14), pouvaient amener certains candidats à essayer de tricher. Est-il utile de préciser que ces « arnaques » évidemment repérées par le correcteur sont sévèrement sanctionnées?

Les questions 16 à 18, demandant de la rigueur ont permis de sélectionner les meilleurs.

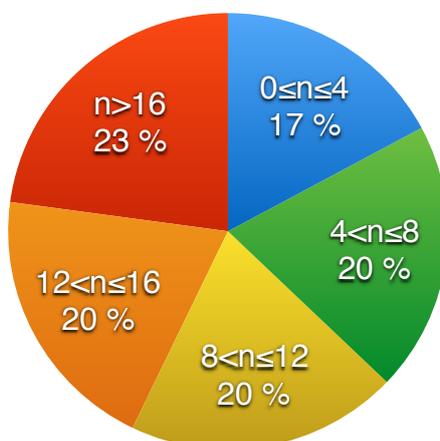
Le sujet a valorisé les candidats sérieux, ayant une bonne connaissance de leur cours, et a distingué les plus rigoureux qui maîtrisent des techniques plus fines du programme et prennent la peine de justifier leurs réponses avec soin.

Ce sujet a permis de valoriser les candidats faisant preuve de rigueur dans leur raisonnement. Seuls les candidats apportant des justifications claires à leurs réponses ont pu obtenir une note correcte à cette épreuve.

En annexe, la répartition des notes, où l'on constatera une répartition quasi parfaite entre les intervalles sélectionnés.

B. GUGGER

Répartition des notes



**MATHÉMATIQUES I**  
**(épreuve n° 285)**

**ANNEE 2018**

**Épreuve conçue par ESCP Europe**

**Voie économique et commerciale**

|                          | <b>NB CANDIDATS</b> | <b>MOYENNES</b> | <b>ÉCARTS-TYPES</b> |
|--------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| <b>RÉSULTATS GLOBAUX</b> | 1432                | 09,23           | 5,75                |

| <b>OPTION</b> |      |       |      |
|---------------|------|-------|------|
| Technologique | 1432 | 09,23 | 5,75 |

| <b>ÉCOLES UTILISATRICES</b>       |      |       |      |
|-----------------------------------|------|-------|------|
| AUDENCIA Business School          | 1049 | 09,83 | 5,53 |
| EDHEC Business School             | 855  | 10,94 | 5,52 |
| emlyon business school            | 853  | 10,25 | 5,64 |
| ESCP Europe                       | 704  | 11,19 | 5,52 |
| ESSEC Business School             | 702  | 11,02 | 5,77 |
| GRENOBLE École de Management      | 1060 | 10,43 | 5,53 |
| HEC Paris                         | 542  | 10,99 | 5,80 |
| IMT - Télécom école de management | 612  | 07,27 | 5,14 |
| RENNES School of Business         | 1103 | 07,85 | 5,35 |
| SKEMA Business School             | 1175 | 09,19 | 5,52 |
| TOULOUSE Business School          | 1056 | 09,19 | 5,53 |



**MATHÉMATIQUES T  
(ÉPREUVE N° 285)  
ANNÉE 2018  
ÉPREUVE CONÇUE PAR ESCP EUROPE  
VOIE ÉCONOMIQUE ET COMMERCIALE**

**1 – Le sujet**

L'épreuve de mathématiques de l'option technologique comprenait comme à l'accoutumée, quatre exercices indépendants dont le contenu couvrait une large partie du programme.

L'exercice 1 d'algèbre proposait l'étude des propriétés des matrices carrées d'ordre 2 ayant simultanément une trace nulle et un déterminant nul. Il s'achevait sur la recherche des éléments propres d'une matrice.

L'exercice 2 concernait une suite définie par une intégrale et faisait appel aux outils classiques d'intégration par parties et de démonstration par récurrence ; il proposait également de compléter un script *Scilab*.

Dans l'exercice 3, on étudiait à partir d'un schéma d'urne, les propriétés d'une suite de variables aléatoires discrètes non indépendantes : loi, espérance, variance, covariance, etc.

On demandait également de compléter un programme *Scilab* permettant de simuler une réalisation d'une variable aléatoire suivant une loi discrète uniforme sur  $\{1, 2, \dots, n+1\}$ .

Enfin, l'exercice 4 étudiait la détermination des moments d'une variable aléatoire à densité dont la loi dépendait d'un paramètre  $\lambda$  : fonction de répartition, densité, espérance et variance. Dans un deuxième temps, à partir d'un échantillon de la variable aléatoire considérée, on demandait de construire un estimateur du paramètre supposé inconnu  $\lambda$  dont on étudiait les propriétés.

## 2 – Barème

Les quatre exercices comptaient respectivement pour 23%, 23%, 32% et 22% des points de barème.

Le poids des questions de Scilab représentait 7% des points de barème.

Les questions les plus cotées étaient :

- exercice 1 : 3.c) ;
- exercice 2 : 1.c), 2.f) et 4 ;
- exercice 3 : 1.c), 2.a), 3.b), 4.b), 4.c) et 5 ;
- exercice 4 : 3.b).

## 3 – Remarques de correction

Cette année encore, le jury a constaté un nombre d'excellentes copies quasi identique à celui du concours 2017.

Les questions de *Scilab* sont dans l'ensemble très souvent abordées et souvent réussies. On déplore toutefois un nombre impressionnant de fautes dans les calculs les plus élémentaires ; par exemple,  $2a-(a-1)=a-1$  !!!

Les erreurs les plus fréquentes sont résumées ci-dessous.

« Pour élever une matrice à la puissance  $n$ , on élève à la puissance  $n$  tous les coefficients de la matrice »\* !!!

Souvent une confusion entre  $\det(A)$  et  $A^{-1}$ .

« Les matrices de  $E$  sont inversibles parce que les coefficients diagonaux sont nuls ou bien encore, parce que le déterminant  $ad-bc = 0$  »\* !!!

La formule du binôme est très mal connue, voire inconnue.

« La matrice  $A$  est diagonalisable, ainsi elle est inversible car triangulaire »\* !!!

On voit trop souvent des « variances négatives »\* !!!

On note assez fréquemment une confusion entre loi discrète uniforme et loi géométrique.

Beaucoup de candidats pensent que  $X_1$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$  \*!!!

La notion de convergence (d'une suite, d'une intégrale, etc.) est loin d'être claire ; ainsi, nombre de candidats disent que « pour que la fonction  $f$  soit une densité, il faut qu'elle converge » \*!!!

On trouve souvent que « si  $U$  admet une densité, alors  $U$  admet une espérance » \*!!!

Dans l'exercice 4, il est très rare que les candidats utilisent les résultats de la première question, ce qui les conduit à des calculs sans fin qui se révèlent souvent faux !!!

#### **4 – Conseils aux futurs candidats**

Pour ce qui concerne la forme, le jury conseille aux futurs candidats de lire attentivement le texte préliminaire qui précède toute épreuve écrite de mathématiques, dans lequel il est précisé notamment, que la lisibilité et la qualité de la rédaction entrent pour une part non négligeable dans l'appréciation des copies : un correcteur ne s'attarde pas à essayer de « décrypter » une copie illisible. Par contre, une copie propre et claire ne peut qu'avantager son auteur. Le jury rappelle également que les abréviations dans les copies doivent être proscrites et il conseille de bien numéroter les questions et d'encadrer les résultats.

De plus, les raisonnements doivent être clairs et précis, les affirmations étant étayées par une argumentation solide. Par exemple, le recours trop fréquent à des phrases du type « il est clair que... » doit être évité au profit d'une justification correcte fondée sur un apprentissage rigoureux et une très bonne maîtrise du cours.

Le jury recommande aux futurs candidats de prendre le temps de lire l'ensemble du sujet, non seulement pour s'en imprégner, mais aussi pour pointer les questions qui paraissent faciles à résoudre, lesquelles ne se situent pas nécessairement dans la première partie du sujet.

La recherche d'une solution à une question ne doit pas dépasser quatre à cinq minutes. Au-delà de ce délai, en cas d'échec, le candidat doit admettre le résultat de cette question (si la réponse figure dans l'énoncé), passer à la question suivante sans éprouver un sentiment de déstabilisation ou de découragement. Autrement dit, le jury recommande aux futurs candidats de faire preuve d'une grande ténacité.

#### **5 – Statistiques**

Sur les 1432 candidats ayant composé dans cette épreuve, la note moyenne est de 9,23 avec un écart-type de 5,75 suffisamment élevé pour classer les candidats de manière satisfaisante. Le nombre de candidats ayant obtenu une note supérieure ou égale à 16 est de 183, soit 12,8% des candidats présents.

On compte 16 candidats qui se voient attribuer la note maximale de 20 (stabilité par rapport au concours 2017).

La note médiane est de 10,3 et les premier et troisième quartiles sont égaux à 3,5 et 13,5 respectivement.

La note maximale de 20 était attribuée aux candidats ayant obtenu au moins 72% des points du barème.

